

Compito d'esame del 11/03/1997 – Problema N°3

Una differenza di potenziale variabile nel tempo con la legge $V(t) = 100 \sin 50t$ è applicata tra le armature di un condensatore a facce piane e parallele, di forma circolare con raggio $R = 10 \text{ cm}$ e distanti $d = 2 \text{ mm}$, poste nel vuoto. Ricavare l'espressione del valore massimo del vettore induzione magnetica all'interno del condensatore a distanza $r = 5 \text{ cm}$ dal suo asse di simmetria.

SOLUZIONE

Il problema si risolve applicando la legge di Ampère-Maxwell al percorso circolare di raggio r

$$\oint_{\ell} \vec{B} \times d\vec{\ell} = \mu_0 i_D \quad \text{da notare che non esiste corrente di conduzione;}$$

$$\oint_{\ell} \vec{B} \times d\vec{\ell} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \Phi(\vec{E}(t)) = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d}{dt} \int_S \vec{E} \times d\vec{S}$$

Ricordando che la superficie S attraverso cui si calcola il flusso di \vec{E} è quella limitata dalla linea chiusa ℓ lungo cui si calcola la circuitazione di \vec{B} e che possiamo assumere \vec{E} uniforme su tale superficie, avremo:

$$B \cdot 2\pi r = \mu_0 \epsilon_0 \pi r^2 \frac{d}{dt} E(t) \quad \text{poiché } E(t) = \frac{V(t)}{d}$$

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2d} r \frac{d}{dt} V(t) = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2d} r V_0 \omega \cdot \cos \omega t \quad \text{da cui } B_{\max}$$

$$B = \frac{\mu_0 \epsilon_0}{2d} r V_0 \omega = 0.7 \cdot 10^{-12} \text{ Tesla}$$

