<u>Compito d'esame del 07/04/1998</u> - Problema N°1

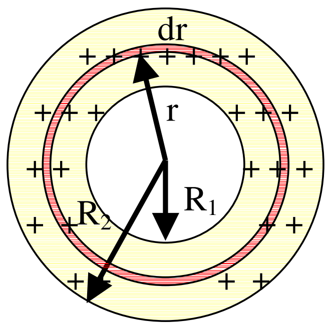
Tra due superfici sferiche, concentriche, di raggio $R_1 = 10\,cm$ e $R_2 = 20\,cm$ rispettivamente, è distribuita una carica elettrica con densità uniforme $\rho = 106.32 \times 10^{-8}\ C/m^3$.

Trovare la d.d.p. che si viene a determinare tra le due superfici sferiche.

SOLUZIONE

La distribuzione di cariche è quella di una sfera cava per cui il campo elettrico sarà radiale e quindi

$$(1) \quad \Delta V = \int_{R_1}^{R_2} E(r)dr$$



E(r) si trova applicando il teorema di Gauss ad una superficie interna di raggio $R_1 < r < R_2$ e considerando che la carica interna a tale volume sarà $Q_{in}(r) = \int_{R_1}^{r} \rho \, \mathrm{dV}$ in cui dV è il volume del guscio sferico di raggio r e spessore dr, quindi:

$$Q_{in}(r) = \int_{R_1}^{r} \rho\ 4\pi r^2 dr = 4\pi\rho \int_{R_1}^{r} r^2 dr = 4\pi\rho \left[\frac{1}{3} r^3\right]_{R_1}^{r} \Rightarrow Q_{in}(r) = \frac{4\pi\rho}{3}\left(r^3 - R_1^3\right).$$

Applicando il teorema di Gauss $\Phi_E(E) = 4\pi r^2 E(r) = \frac{Q_{in}}{\varepsilon_0} = \frac{4\pi\rho}{3\varepsilon_0}\left(r^3 - R_1^3\right)$ si ricava

$$E(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} \frac{r^3 - R_1^3}{r^2}$$

Inserendo l'espressione di E(r) trovata nella (1) si avrà:

$$\Delta V = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r \,\mathrm{dr} - \int_{R_1}^{R_2} \frac{\rho R_1^3}{3\varepsilon_0} \frac{1}{r^2} \mathrm{dr} \qquad \Rightarrow \qquad \Delta V = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}\left(R_2^2 - R_1^2\right) - R_1^3\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)\right]$$

che sostituendo i valori numerici da:

$$\Delta V = \frac{106.32 \cdot 10^{-8}}{3 \cdot 8.86 \cdot 10^{-12}}\left[\frac{\left(4 \cdot 10^{-2} - 10^{-2}\right)}{2} - 10^{-3}(10-5)\right] = 4 \cdot 10^4\left[\frac{3}{2} \cdot 10^{-2} - \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}\right] = 400\,Volt$$

$$\boxed{\Delta V = 400 Volt}$$