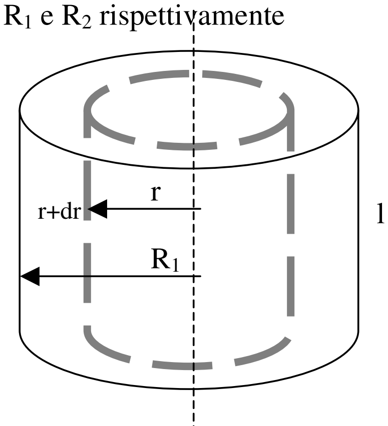
<u>Compito d'esame del 22/02/1995</u> – Problema N°1

Un cilindro isolante di raggio R = 10cm, possiede una densità spaziale di carica variabile $\rho = 2r/3\ \mu C/m^3$. Determinare il modulo del vettore $\vec{E}$ per $R_1 = 4cm$ e $R_2 = 20cm$.

SOLUZIONE

Per determinare il valore del campo elettrico generato dalla distribuzione di carica cilindrica con densità variabile si utilizza la legge di Gauss, applicandola ad una opportuna superficie gaussiana. Nei due casi in esame, questa sarà una superficie cilindrica coassiale al cilindro dentro cui è depositata la carica, e di raggio pari a R_1 e R_2 rispettivamente



$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int \rho dV$$

L'integrale al secondo membro esprime la carica interna alla superficie gaussiana, per cui essendo per un cilindro $dV = 2\pi rldr$, nel primo caso ($R_1 = 4cm < R_{cil}$) l'espressione diventa $\oint \vec{E}d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{R_1} \rho 2\pi rldr$ e nel secondo caso ($R_2 = 20cm > R_{cil.}$) $\oint \vec{E}d\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_0^{R_{cil}} \rho 2\pi rldr = Q_{totale}$

Nel primo caso si avrà:

$$\left|\vec{E}\right|\cdot 2\pi R_1 l = \frac{2\pi l}{\varepsilon_0}\cdot\frac{2}{3}10^{-6}\int_0^{R_1} r^2 dr \qquad \left|\vec{E}\right|R_1 = \frac{2}{3\varepsilon_0}10^{-6}\frac{1}{3}R_1^3$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{2}{9\varepsilon_0}10^{-6}R_1^2 = \frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 16\cdot 10^{-4}}{9\cdot 8.85\cdot 10^{-12}} = 40\, N/C \qquad \boxed{E = 40N/C}$$

Nel secondo caso si avrà:

$$\left|\vec{E}\right|\cdot 2\pi R_2 l = \frac{2\pi l}{\varepsilon_0}\frac{2}{3}\cdot 10^{-6}\int_0^{R_{cil.}} r^2 dr \qquad \left|\vec{E}\right|R_2 = \frac{2}{3\varepsilon_0}10^{-6}\frac{1}{3}R_{cil}^3$$

$$\left|\vec{E}\right| = \frac{2}{9\varepsilon_0}10^{-6}\frac{R_{cil}^3}{R_2} = \frac{2\cdot 10^{-6}\cdot 10^{-3}}{9\cdot 8.85\cdot 10^{-12}\cdot 2\cdot 10^{-1}} = 125.5\, N/C \qquad \boxed{E = 125.5N/C}$$